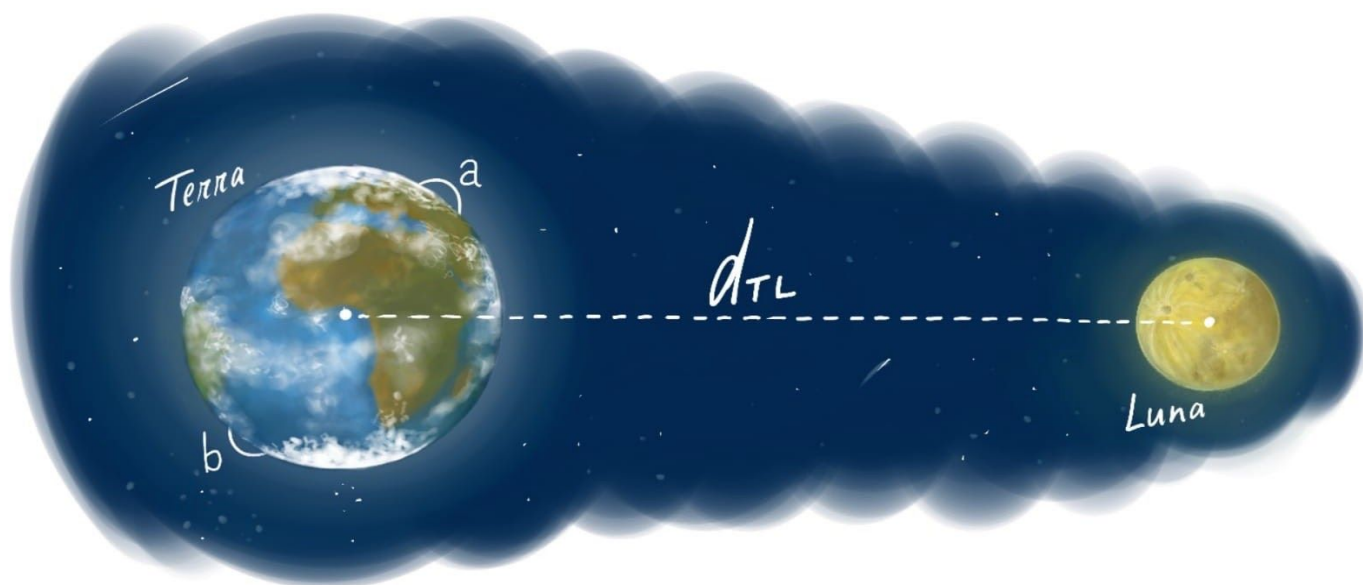


MAREE

29 aprile 2020

Benedetta Salucci - Emiliano Baglioni 3S1



Designed by Andrea Gasperoni

Innanzitutto è necessario fare una premessa; ossia che il momento angolare nel sistema Terra-Luna si conserva, in quanto su di esso non agiscono forze torcenti esterne. Abbiamo visto che le onde di marea prodotte dalla Luna sulla Terra creano attrito con le coste ed i fondali marittimi rallentando il moto di rotazione della Terra e quindi di conseguenza anche il suo momento angolare. Per quanto detto nella premessa, ne consegue un aumento del momento angolare orbitale (il momento angolare rotazionale è trascurabile) della Luna. Da adesso si deve procedere facendo alcuni calcoli.

Indichiamo il momento angolare del sistema con L_{tot} e quelli di Terra e Luna rispettivamente con $L_{T\ rot}$ e L_L . Come già detto il momento angolare si conserva e quindi $L_{tot} = L_{T\ rot} + L_L$ con L_L che cresce al calare di $L_{T\ rot}$. Sappiamo inoltre che $L_L = m_L v_L d$ e che qualcuno di questi fattori debba aumentare per far sì che aumenti il momento angolare. Ovviamente la massa della Luna non può aumentare. Ora non resta che dimostrare se a crescere sia la distanza Terra - Luna, la velocità di quest'ultima o entrambe.

Sappiamo che sulla Luna agisce una forza centripeta (diretta verso il centro della Terra) e che questa è la forza di attrazione gravitazionale esercitata dalla Terra.

Dunque:

$$F_{cp} = G \frac{M_T M_L}{d^2}$$

Procedendo con i calcoli si intuisce che ad aumentare è la distanza Terra - Luna e non la velocità di quest'ultima. Infatti:

$$M_L \frac{v_L^2}{d} = G \frac{M_T M_L}{d^2}$$

moltiplicando entrambi termini per $M_L d^2$ si ha:

$$\frac{M_L^2 v_L^2 d^2}{d} = G M_T M_L^2$$

quindi, sapendo che $L_L = M_L v_L d$

$$\frac{L_L^2}{d} = G M_T M_L^2$$

ed infine:

$$L_L = M_L \sqrt{G M_T d}$$

È quindi chiaro come il momento angolare orbitale della Luna dipenda dalla distanza Terra-Luna: al crescere di d cresce anche L_L ; ovvero: affinché cresca L_L deve crescere anche d .

Passiamo ora al procedimento per trovare la velocità della Luna al variare del raggio dell'orbita.

Dall'equazione scritta in precedenza, cioè:

$$M_L \frac{v_L^2}{d} = G \frac{M_T M_L}{d^2}$$

ricaviamo la velocità:

$$\frac{v_L^2}{d} = G \frac{M_T}{d^2}$$

$$v_L^2 = G \frac{M_T}{d}$$

$$v_L = \sqrt{G \frac{M_T}{d}}$$

Notiamo quindi che al crescere della distanza Terra - Luna la velocità diminuisce e viceversa. Ne consegue anche che all'aumentare del momento angolare orbitale della Luna la sua velocità diminuisce.