



Si consideri una lastra quadrata di superficie $S=1\text{m}^2$, su cui è distribuita in modo uniforme una carica positiva q_L . Sulla retta perpendicolare alla superficie della lastra e passante per il suo centro C si prenda un punto P_1 , a distanza $d=5\text{cm}$ da C , e il punto P_2 , medio del segmento P_1C . In P_1 si trova una carica puntiforme $q_1=+3\times 10^{-6}\text{C}$. Un elettrone, posto in P_2 , non sente alcun campo elettrico.

1. Si determini q_L , svolgendo il problema nel vuoto.
2. Si discuta come cambierebbe la soluzione nell'acqua.
3. Si discuta come cambierebbe la situazione aggiungendo un secondo strato identico al primo, affacciato a 1 cm di distanza da parte opposta rispetto a P_1 e P_2 e caricato con carica $-q_L$.

Si esplicitino le linee di ragionamento seguite, supportandole delle opportune basi teoriche.

La carica dell'elettrone è di $1.6 \cdot 10^{-19}\text{C}$.

$\epsilon_0 = 8.8 \cdot 10^{-12}\text{ F/m}$

$\epsilon_r = 80$ per l'acqua

Soluzione

1. Per motivi di simmetria il problema può essere trattato in una sola dimensione.

L'elettrone è sottoposto al campo $E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{\left(\frac{d}{2}\right)^2}$ generato da q_1 , e al campo di

verso opposto $E_L = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ generato dallo strato. Poiché il campo totale è nullo, essi

devono essere uguali in modulo: $\frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{\left(\frac{d}{2}\right)^2}$ da cui $\sigma = \frac{2q_1}{\pi d^2}$.

Infine $q_L = \sigma S = \frac{2q_1}{\pi d^2} S = \frac{2 \cdot 3 \cdot 10^{-6} \cdot 1}{\pi \cdot 25 \cdot 10^{-4}} = 0,0764 \cdot 10^{-2} = 7.64 \cdot 10^{-4}\text{C}$. Il risultato ha

effettivamente le dimensioni di una carica, essendo il rapporto S/d^2 adimensionale.

2. I singoli campi sarebbero 80 volte meno intensi, ma la soluzione, in cui non figura ϵ , è identica.
3. Il campo all'esterno del doppio strato è nullo. Pertanto l'elettrone, non più in equilibrio, sarebbe sottoposto al solo campo $E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{\left(\frac{d}{2}\right)^2} \neq 0$